UNIVERSITÉ PAUL SABATIER,
MAÎTRISE DE PHYSIQUE-UM2,

UFR PHYSIQUE-CHIMIE-AUTOMATIQUE
PHÉNOMÈNES IRRÉVERSIBLES

Session de Juin 2001

Examen du 18 avril 2001, 10H30-12H30
Amphithéâtre LECLERC DU SABLON

Questions de Cours :
Note :*dans chaque cas on sera TRÈS attentif à donner la définition de tous les termes et symboles utilisés.*

1. Ordres de grandeurs :
   (a) Calculer le libre parcours moyen ℓ d'une molécule de diamètre $a = 2$ Å dans un gaz considéré comme parfait, à la température ordinaire de $T = 300\,K$, à la pression ordinaire $P = 10^5\,Pa$ (la constante de Boltzmann vaut $k_B = 1,38 \times 10^{-23}\,J/K$). Calculer ce libre parcours moyen dans une chambre à ultravide dans laquelle la pression est 10^{-11} fois la pression ordinaire.
   (b) Dans les mêmes conditions que dans la question précédente, calculer le temps moyen τ_{rel} séparant deux collisions dans le cas où le gaz est constitué d'azote ${}^{14}_{7}N$. On rappelle que la masse d'un nucléon vaut $m_N = 1,66 \times 10^{-27}\,kg$.
2. Équation de la chaleur :
   (a) Donner l'expression générale de l'équation de la chaleur.
   (b) Donner deux exemples, autres que la diffusion thermique, dans lesquels l'équation de la chaleur intervient.
   (c) Donner, sans démonstration, la solution de l'équation $\partial p/\partial t = 1/2\,\Delta p$ pour une condition initiale $p(t=0;\vec{r}) = \delta^{(3)}(\vec{r})$.
3. Soit $X = (X(t))_{t\in\mathbb{R}+}$ un processus stochastique réel, à temps continu et markovien.
   (a) Que représentent la probabilité $p(t;x)$ et la probabilité de transition $P(t;x|s;y)$?
   (b) Donner l'équation de Chapman-Kolmogoroff.

PROBLÈME : effets thermoélectriques

On considère un conducteur électrique comme un fluide de charges électriques isotrope pour lequel les intégrales premières fluctuantes sont l'énergie U et la charge électrique Q_{el}.

I)- Relations thermodynamiques :

1. Exprimer la variation dQ de la quantité de chaleur contenue dans le fil en fonction de dU et de dQ_{el} lors d'une transformation d'équilibre infinitésimale.
2. Rappeler quelles sont les quantités conjuguées (multiplicateurs de Lagrange) associées aux deux intégrales premières U et Q_{el}.
3. En désignant par $\vec{j}_U$ et $\vec{j}_{el}$ les densités de courant d'énergie et le courant électrique respectivement, écrire les relations entre courants et affinités issues de la théorie de la réponse linéaire. (On désignera par E l'indice associé à l'énergie et par e celui associé aux charges électriques dans les cœfficients d'Onsager.)

4. La densité de courant thermique est définie par $\vec{j}_{th} = \vec{j}_U - \mathcal{V}\vec{j}_{el}$ où $\mathcal{V}$ est le potentiel électrique. Montrer que les relations entre courants et affinités peuvent se réécrire sous la forme :

$$\vec{j}_{th} = -\frac{L_{Q,Q}}{T^2}\,\vec{\nabla}T + \frac{L_{Q,e}}{T}\,\vec{\mathcal{E}}, \qquad \vec{j}_{el} = -\frac{L_{e,Q}}{T^2}\,\vec{\nabla}T + \frac{L_{e,e}}{T}\,\vec{\mathcal{E}}, \tag{1}$$

   où $\vec{\mathcal{E}}$ est le champ électrique appliqué. On donnera les relations entre les cœfficients $L_{Q,Q}$, $L_{Q,e}$, $L_{e,Q}$, $L_{e,e}$ et ceux d'Onsager. En déduire, en le justifiant (à partir du cours), que $L_{Q,e} = L_{e,Q}$ et que seuls trois cœfficients de réponse linéaire sont indépendants.
5. Donner une interprétation physique de chacun des cœfficients apparaissant en (1) en :
   (a) exprimant la conductivité électrique σ en fonction de ces cœfficients ;
   (b) exprimant aussi la conductivité thermique λ *(on rappellera la loi de Fourier définissant la conductivité thermique et on se souviendra qu'elle n'est valide qu'en l'absence de courant électrique)* ;
   (c) en exprimant le pouvoir thermoélectrique ϵ en terme des cœfficients ci-dessus (On définit le *pouvoir thermoélectrique* ϵ comme le rapport de la variation $-\delta\mathcal{V}/\delta T$ du potentiel électrique à la variation δT de température locale en l'absence de courant électrique) ;
   (d) en réécrivant l'équation (1) en terme uniquement de σ, λ et de ϵ au lieu des différents cœfficients de réponse linéaire.

II)- Cas des conducteurs filiformes : dans un conducteur filiforme les densités de courants $\vec{j}_U$, $\vec{j}_{th}$ et $\vec{j}_{el}$ sont remplacées par leurs flux respectifs J_U, J_{th} et I. I s'appelle l'intensité de courant électrique. Nous supposerons que ces flux sont *stationnaires, i.e.* indépendants du temps (courants continus).

1. **Effet Joule :** le conducteur est fait d'un seul matériau homogène.
   (a) Comme l'énergie et la charge électrique sont conservées, montrer que le flux d'énergie J_U et de courant I sont constants le long du fil.
   (b) Rappeler la loi d'Ohm entre deux points A et B d'un tel fil.
   (c) Montrer que l'énergie thermique dissipée entre deux points A et B du fil, satisfait à la loi de Joule.

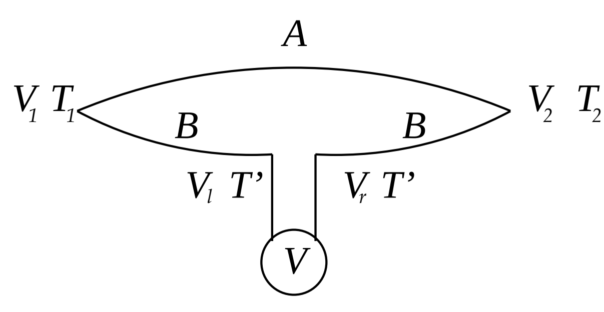

FIG. 1 – Représentation schématique d'un thermocouple exhibant l'effet Seebeck.

2. **Effet Seebeck :** un thermocouple est constitué de deux fils A et B (*cf.* Figure 1) soudés en leurs extrémités. La température et le potentiel sont noté T_i, V_i à l'extrémité i. Un voltmètre supposé parfait (*i.e.* ne laissant passer aucun courant électrique) est inséré

dans la partie B à une température T'. On suppose qu'il ne fait pas obstacle au passage du courant thermique. On désigne par V_l et V_r respectivement la valeur du potentiel à gauche (côté 1) et à droite (côté 2) du voltmètre. On désignera par ϵ^A et ϵ^B les pouvoirs thermiques respectifs des matériaux constituant les deux fils. On les supposera différents et susceptibles de varier avec la température.

(a) Calculer la différence de potentiel (*d.d.p.*) $V_1 - V_2$ en fonction de la variation de la température le long du fil A.

(b) Calculer de même les *d.d.p.* $V_1 - V_l$ et $V_r - V_2$.

(c) En déduire que, si les pouvoirs thermiques peuvent être considérés comme indépendants de la température, la *d.d.p.* V aux bornes du voltmètre est proportionnelle à l'écart de températures $T_2 - T_1$. Donner l'expression du cœfficient de proportionnalité.

(d) Quel peut être l'intérêt pratique d'un tel effet ?

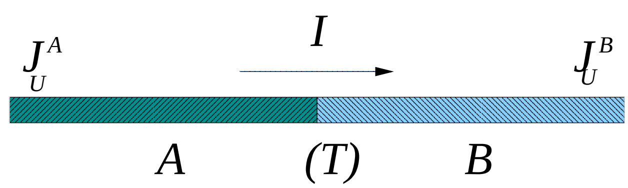

FIG. 2 – Jonction thermoélectrique produisant l'effet Peltier

Exercice supplémentaire : *le problème qui suit n'est pas obligatoire, mais peut donner un bonus.*

3. **Effet Peltier :** une jonction isotherme entre deux conducteurs filiformes (*cf.* Figure 2) est traversée par un courant constant I orienté positivement de A vers B. Du fait de la différence entre les pouvoirs thermoélectriques de chaque conducteur, il apparaît un échange de chaleur à la jonction.

(a) Reprendre l'équation obtenue dans la question (5d) pour montrer que les densités de courants thermique et electrique sont reliées par

$$\vec{j}_{th} \;=\; -\lambda\vec{\nabla}T + \epsilon T\vec{j}_{el}\,.$$

(b) En déduire qu'il existe un flux de chaleur à la jonction donné par

$$J^A_{th} - J^B_{th} = (\epsilon^A - \epsilon^B)TI\,.$$

(c) Discuter le signe de ce flux : quand cette chaleur est-elle fournie par le fil et quand est-elle absorbée par le fil (pompe à chaleur) ?

Université Paul Sabatier, UFR Physique-Chimie-Automatique
Maîtrise de Physique-UM2, Phénomènes Irréversibles

Corrigé de l'Examen du 18 avril 2001

Questions de Cours :

1. Ordres de grandeurs :

(a) Soit ρ le nombre de particules par unité de volume. Alors, par définition du libre parcours moyen, dans un cylindre de longueur ℓ, de diamètre a, il doit y avoir 1 particule en moyenne. Or le nombre de particules dans un volume V est donné par ρV. Notre cylindre a pour volume $V = \ell \pi a^2/4$. Ainsi $\ell = 4/\pi a^2 \rho$.
Comme il s'agit d'un gaz parfait, la densité de particule est donnée par $\rho = P/k_B T$. Ainsi, dans le cas de la pression ordinaire :

$$\ell = \ell_1 \;=\; \frac{4k_B T}{\pi a^2 P} \;=\; \frac{4 \times 1,38 \times 10^{-23} \times 300}{3,14 \times 4 \times 10^{-20} \times 10^5} \;\simeq\; 1,31 \times 10^{-6}\, m \;\simeq\; 1,3 \mu m.$$

Si la pression P est divisée par 10^{11} alors ℓ est multiplié par 10^{11} de sorte que le libre parcours moyen devient :

$$\ell_2 \;\simeq\; 1,3 \times 10^5\, m \;=\; 130\, km.$$

(b) Le temps séparant deux collisions est donné, en moyenne, par le temps $\tau = \ell/v$ qu'il faut pour parcourir la longueur ℓ. La vitesse moyenne v des particules est donnée par le théorème de l'équipartition de l'énergie, $mv^2/2 = 3/2 k_B T$. Ici la masse est celle d'une *molécule* d'azote de formule chimique N_2, de sorte que la masse est celle de deux noyaux d'azote, à savoir $2 \times 14 = 28$ nucléons. Ainsi :

$$v \;=\; \sqrt{\frac{3k_B T}{28 m_N}} \;=\; \sqrt{\frac{3 \times 1,38 \times 10^{-23} \times 300}{28 \times 1,66 \times 10^{-27}}} \;\simeq\; 517\, m/s,$$

de sorte que $\tau = \ell/v$ donne :

$$\tau_1 \;=\; \frac{\ell_1}{v} \;\simeq\; 2,5 \times 10^{-9}\, s. \qquad\qquad \tau_2 \;=\; 10^{11} \times \tau_1 \;\simeq\; 250\, s.$$

2. Équation de la chaleur :

(a) Si $f(\vec{r};t)$ est la solution (où $\vec{r} = (x,y,z)$), alors l'équation de la chaleur pour f est donnée par :

$$\frac{\partial f}{\partial t} \;=\; a\,\Delta f \qquad\qquad \Delta \;=\; \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\,.$$

où $a > 0$ est une constante dépendant du problème physique considéré.

(b) La même équation apparaît pour décrire la diffusion de matière dans la matière (loi de Fick) et pour donner l'évolution de la loi de probabilité décrivant le mouvement brownien.

(c) La solution est :

$$p(\vec{r}\,;t) \;=\; \frac{e^{-r^2/2t}}{(2\pi t)^{3/2}}\;.$$

Les grandes lignes du calcul :

Pour montrer cette formule, il convient d'introduire la *transformée de Fourier* $\tilde{p}(\vec{k};t)$ définie par :

$$p(\vec{r};t) \;=\; \int_{\mathbb{R}^3} d^3k\; e^{\imath\vec{k}\cdot\vec{r}}\;\tilde{p}(\vec{k};t)$$

L'équation de la chaleur donne alors :

$$\frac{\partial\tilde{p}}{\partial t}(\vec{k};t) \;=\; -\frac{\vec{k}^{\,2}}{2}\,\tilde{p}(\vec{k};t)\,.$$

Cette dernière équation s'intègre facilement pour donner :

$$\tilde{p}(\vec{k};t) \;=\; e^{-t\vec{k}^{\,2}/2}\,\tilde{p}(\vec{k};0)\,.$$

Or, pour $t=0$, par hypothèse, $p(\vec{r};0)=\delta^{(3)}(\vec{r})$, dont la transformée de Fourier n'est autre que $1/(2\pi)^3$. Il s'ensuit que :

$$p(\vec{r};t) \;=\; \int_{\mathbb{R}^3}\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\;e^{\imath\vec{k}\cdot\vec{r}}\;e^{-t\vec{k}^{\,2}/2} \;=\; \frac{e^{-r^2/2t}}{(2\pi t)^{3/2}}\;.$$

□

3. Processus Stochastiques :

(a) $p(t;x)$ représente la distribution de probabilité de la variable réelles $X(t)$.
$P(t;x|s;y)$ représente la distribution de probabilité de $X(t)$ conditionnée par $X(s)=y$, si $0\le s<t$.

(b) L'équation de Chapman-Kolmogorov s'écrit :

$$p(t;x) \;=\; \int_{-\infty}^{+\infty} dy\;P(t;x|s;y)\;p(s;y)\;.$$

* * *

PROBLÈME : effets thermoélectriques

I)- Relations thermodynamiques :

1. La variation d'énergie interne est donnée par

$$dQ = dU - \mathcal{V}\,dQ_{el}\,,$$

où $\mathcal{V}$ est le potentiel électrique associé.

Rappels du cours :

Pour montrer cette formule, rappelons que, si les intégrales premières sont données par $\hat{X}_\alpha$ $(\alpha=1,\cdots,L)$, alors la variation de l'entropie thermodynamique provoquée par une variation d'équilibre thermodynamique, est donnée par :

$$dS \;=\; \sum_{\alpha=1}^{L} F_\alpha\,dX_\alpha\,,$$

où X_α est la moyenne de $\hat{X}_\alpha$ à l'équilibre et F_α est la quantité conjuguée. Dans le cas présent, seules deux intégrales premières sont prises en compte, l'énergie $\hat{X}_1=\hat{E}$ et la charge électrique $\hat{X}_2=\hat{Q}_{el}$. Leurs quantités conjuguées sont respectivement $F_1=1/T$ et $F_2=-\mathcal{V}/T$, si T est la température et $\mathcal{V}$ le potentiel électrique d'équilibre. La variation dQ de la quantité de chaleur est donnée par $dQ=TdS$, par définition de l'entropie thermodynamique (ou de dQ dans la logique du cours). D'où la relation :

$$dQ \;=\; T\,dS \;=\; dU-\mathcal{V}\,dQ_{el}\,.$$

□

2. Au vu du raisonnement ci-dessus, les deux quantités conjuguées sont respectivement $F_1 = 1/T$ et $F_2 = -\mathcal{V}/T$.

3. Par définition des cœfficients de Onsager, les relations entre courants et affinités s'écrivent :

$$\begin{aligned} \vec{\jmath}_U &= L_{E,E}\,\vec{\nabla}\left(\frac{1}{T}\right) + L_{E,e}\,\vec{\nabla}\left(-\frac{\mathcal{V}}{T}\right), \\ \vec{\jmath}_{el} &= L_{e,E}\,\vec{\nabla}\left(\frac{1}{T}\right) + L_{e,e}\,\vec{\nabla}\left(-\frac{\mathcal{V}}{T}\right). \end{aligned}$$

4. Des relations ci-dessus, il vient (sachant que $\vec{\mathcal{E}} = -\vec{\nabla}\mathcal{V}$) :

$$\vec{\jmath}_{th} = \vec{\jmath}_U - \mathcal{V}\,\vec{\jmath}_{el} = -\frac{L_{E,E} - \mathcal{V}L_{e,E}}{T^2}\,\vec{\nabla}T + \frac{\mathcal{V}(L_{E,e} - \mathcal{V}L_{e,e})}{T^2}\,\vec{\nabla}T + \frac{L_{E,e} - \mathcal{V}L_{e,e}}{T}\,\vec{\mathcal{E}},$$

ce qui implique :

$$L_{Q,Q} = L_{E,E} - \mathcal{V}(L_{e,E} + L_{E,e}) + \mathcal{V}^2 L_{e,e}, \qquad L_{Q,e} = L_{E,e} - \mathcal{V}L_{e,e}. \tag{2}$$

Par ailleurs, le calcul des gradients fournit :

$$\vec{\jmath}_{el} = -\frac{L_{e,E} - \mathcal{V}L_{e,e}}{T^2}\,\vec{\nabla}T + \frac{L_{e,e}}{T}\,\vec{\mathcal{E}},$$

ce qui conduit à :

$$L_{e,Q} = L_{e,E} - \mathcal{V}L_{e,e}. \tag{3}$$

La relation de réciprocité de Onsager s'écrit $L_{E,e} = L_{e,E}$ ce qui implique

$$L_{e,Q} = L_{Q,e}. \tag{4}$$

En particulier, seuls les trois cœfficients $L_{Q,Q}$, $L_{e,Q}$, $L_{e,e}$ sont à déterminer.

5. (a) La conductivité électrique est définie par la loi d'Ohm, sous sa forme locale $\vec{\jmath}_{el} = \sigma\vec{\mathcal{E}}$, en l'absence de gradient de température. Il suit de l'équation (1) donc que :

$$\sigma = \frac{L_{e,e}}{T} \qquad \Longrightarrow \qquad L_{e,e} = \sigma T. \tag{5}$$

(b) La loi de Fourier s'exprime par $\vec{\jmath}_{th} = -\lambda\vec{\nabla}T$ en l'absence de courant électrique. Il faut donc imposer $\vec{\jmath}_{el} = 0$ dans l'équation (1), ce qui conduit à un champ électrique induit par le gradient de température donné par :

$$\vec{\mathcal{E}} = \frac{L_{e,Q}}{\sigma T^2}\,\vec{\nabla}T. \tag{6}$$

Remarque : ce champ électrique est induit par le déplacement des charges dû au gradient de température. □

Revenant alors dans l'équation (1), le courant thermique est donné par la loi de Fourier avec :

$$\vec{\jmath}_{th} = -\left(\frac{L_{Q,Q}}{T^2} - \frac{L_{Q,e}L_{e,Q}}{\sigma T^3}\right)\vec{\nabla}T \qquad \Longrightarrow \qquad \lambda = \frac{L_{Q,Q}}{T^2} - \frac{L_{Q,e}L_{e,Q}}{\sigma T^3} \tag{7}$$

Cette dernière équation peut être écrite sous la forme (voir équation (5))

$$\lambda = \frac{L_{Q,Q}L_{e,e} - L_{Q,e}L_{e,Q}}{T^2 L_{e,e}} \geq 0,$$

en raison de la positivité de la matrice des cœfficients de Onsager.

(c) L'absence de courant électrique a déjà conduit à la création d'un champ électrique induit par la température donné par l'équation (6). La variation du potentiel le long d'un élément de longueur $\delta\vec{\ell}$ vaut $\delta\mathcal{V} = -\vec{\mathcal{E}}\cdot\delta\vec{\ell}$. Soit $\delta T = \vec{\nabla}T\cdot\delta\vec{\ell}$ la variation de la température le long de ce chemin. Il vient :

$$-\delta\mathcal{V} \;=\; \vec{\mathcal{E}}\cdot\delta\vec{\ell} \;=\; \frac{L_{e,Q}}{\sigma T^2}\,\delta T\,, \qquad\qquad \Longrightarrow \qquad\qquad \epsilon \;=\; \frac{L_{e,Q}}{\sigma T^2}\,. \tag{8}$$

(d) L'équation (8) fournit $L_{e,Q} = \epsilon\sigma T^2$. Donc l'équation (7) donne $L_{Q,Q} = T^2(\lambda + \epsilon^2\sigma T)$. En remplaçant dans l'équation (1) les deux courants s'expriment comme :

$$\vec{j}_{th} \;=\; -\lambda\vec{\nabla}T \,+\, \epsilon\sigma T\left(\vec{\mathcal{E}} - \epsilon\vec{\nabla}T\right)\,, \qquad\qquad \vec{j}_{el} \;=\; \sigma\left(\vec{\mathcal{E}} - \epsilon\vec{\nabla}T\right)\,. \tag{9}$$

Remarque : L'équation pour $\vec{j}_{el}$ montre que tout se passe comme si, lorsque le pouvoir thermoélectrique est constant dans l'espace, ce courant était induit par un potentiel effectif donné par :

$$\mathcal{V}_{eff} \;=\; \mathcal{V} + \epsilon T\,.$$

□

II)- Cas des conducteurs filiformes :

1. Effet Joule :

(a) La relation de conservation d'un courant s'écrit au moyen de l'équation de continuité. Si $\vec{j}$ est le courant et ξ est la densité de charge correspondante elle s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial\xi}{\partial t} + \mathrm{div}\vec{j} \;=\; 0$$

Dans le cas présent, les deux courants sont stationnaires, de sorte que les densités d'énergie et de charge électrique sont indépendantes du temps. Ainsi $\mathrm{div}\vec{j}_U = 0$ et $\mathrm{div}\vec{j}_{el} = 0$. Soit C le volume occupé par un morceau de fil compris entre les points A et B. Le fil étant fait d'un conducteur, le courant est nul en dehors du fil, de sorte que le vecteur $\vec{j}$ est parallèle aux bords du fil aux points de la frontière. Le théorème de Stles fournit alors :

$$0 \;=\; \int_C \mathrm{div}\vec{j}\,d^3r \;=\; \int_{\partial C} d\vec{\sigma}\cdot\vec{j}\,, \qquad\qquad \Longrightarrow \qquad\qquad J\restriction_A = J\restriction_B\,,$$

puisque le flux en un point D n'est autre que l'intégrale $\int_{\Sigma_D} d\vec{\sigma}\cdot\vec{j}$, si Σ_D désigne la section du fil en D. Le flux est donc *conservatif*. En particulier, J_U et I sont constants le long du fil.

(b) Il a été établi précédemment que la loi d'Ohm s'écrit localement sous la forme $\vec{j}_{el} = \sigma\vec{\mathcal{E}}$. Nous supposerons le fil homogène, donc de conductivité uniforme, rectiligne et de section constante pour simplifier. Le fil étant conducteur, le champ électrique est constant et son amplitude vaut $\mathcal{E} = (V_A - V_B)/\ell$ si ℓ est la longueur de la partie du fil située entre A et B et V_A, V_B sont les valeurs du potentiel en ces points. L'intensité de courant I est alors le produit du courant par l'aire S de la section. Il s'ensuit que :

$$I \;=\; \sigma\frac{(V_A - V_B)S}{\ell}\,, \qquad \Rightarrow \qquad V \;=\; (V_A - V_B) \;=\; RI\,, \qquad \text{avec} \qquad R \;=\; \frac{\ell}{\sigma S}\,. \tag{10}$$

(c) Le flux thermique passant à travers la section du fil en un point D vaut $J_{th} = J_U - V_D\, I$ par construction. Donc L'énergie thermique dissipée, par unité de temps, s'écrit $W = J_{th} \restriction_B - J_{th} \restriction_A = (V_A - V_B)I = RI^2$. C'est la loi de Joule.

2. Effet Seebeck :

(a) Par définition du pouvoir thermoélectrique, la *d.d.p.* $V_1 - V_2$ s'écrit (Attention au signe !) :

$$V_1 - V_2 \;=\; \int_1^2 \epsilon^A \, dT$$

(b) De même nous aurons :

$$V_1 - V_l \;=\; \int_1^l \epsilon^B \, dT\,, \qquad\qquad V_r - V_2 \;=\; \int_r^2 \epsilon^B \, dT\,.$$

(c) Si les pouvoirs thermoélectrique sont indépendants de la température il vient donc :

$$V_l - V_r \;=\; (V_1 - V_2) - (V_1 - V_l) - (V_r - V_2) \;=\; (\epsilon^A - \epsilon^B)(T_2 - T_1)\,.$$

Ainsi la différence de potentiel aux bornes du voltmètre est bien proportionnelle à l'écart de température entre les deux points de soudure. De plus le cœfficient de proportionnalité est donné par la différence $(\epsilon^A - \epsilon^B)$ entre les pouvoir thermoélectriques des deux fils. Il est donc nécessaire que les deux fils soient constitués de matériaux distincts pour pouvoir mesurer une *d.d.p.* non nulle.

(d) Un tel appareil, appelé *thermocouple*, sert à mesurer les écarts de température.

3. Effet Peltier :

(a) L'équation (9) nous fournit directement :

$$\vec{\jmath}_{th} \;=\; -\lambda \vec{\nabla} T + \epsilon T \vec{\jmath}_{el}\,. \tag{11}$$

(b) Découpons un morceau de fil cylindrique δC de longueur infinitésimale $\delta\ell$ autour de la jonction, de sorte que sa section de gauche S_A soit située dans la partie A et sa section de droite S_B soit contenue dans la partie B du fil. Le bord de δC est donc constitué de S_A, orientée vers la gauche, de S_B, orientée vers la droite, et des bords du fil sur la longueur $\delta\ell$. Le vecteur de courant électrique est parallèle aux bords du fil aux points du bord. Ainsi le flux de ce courant à travers les bords du fil est nul. Le flux du courant à travers S_A vaut $-I$ (puisque S_A est orienté dans le sens inverse du courant), tandis qu'à travers S_B il vaut $+I$. Par ailleurs, la jonction étant supposée *isotherme*, $\vec{\nabla} T = 0$ le long du fil. Enfin, le même raisonnement conduit à un flux de chaleur donné par $-J^A_{th}$ sur S_A, J^B_{th} sur S_B et une contribution de l'ordre de $\delta\ell$ sur les bords de δC. Une simple intégration des deux membres de (11) sur le bord de δC fournit donc : $J^B_{th} - J^A_{th} + O(\delta\ell) = T\,\epsilon^B\, I - T\,\epsilon^A\, I$. Si $\delta\ell \downarrow 0$, il s'ensuit que :

$$J^A_{th} - J^B_{th} \;=\; (\epsilon^A - \epsilon^B) T I\,.$$

(c) Le flux $J^A_{th} - J^B_{th}$ est positif si la jonction *émet* de la chaleur. Cette énergie est donc gagnée par le bain thermique environnant et perdue par le fil. Si donc $\epsilon^A > \epsilon^B$, le courant I étant supposé positif de gauche à droite (voir fig. 2), la jonction *chauffe son environnement*. En renversant le sens du courant, où les rôles de A et de B, la jonction absorbe de la chaleur dans son environnement et joue de rôle de *pompe à chaleur*.